

# ADS 2 příklady na cvičení

9. 12. 2020

1. Pokud bychom definovali P-úplnost analogicky k NP-úplnosti, které problémy z P by byly P-úplné?
2. Pro následující rozhodovací problémy dokažte, že jsou NP-Ú.
  - SAT: splnitelnost logických formulí v CNF
  - 3-SAT: každá klauzule obsahuje max. 3 literály
  - 3,3-SAT: navíc se každá proměnná vyskytuje nejvýše třikrát
  - Nezávislá množina: existuje množina alespoň  $k$  vrcholů, mezi nimiž nevede žádná hrana?
  - Klika: existuje úplný podgraf na  $k$  vrcholech?
  - Barvení grafu: lze obarvit vrcholy  $k$  barvami (přidělit každému vrcholu číslo od 1 do  $k$ ) tak, aby vrcholy stejné barvy nebyly nikdy spojeny hranou)? To je NP-úplné už pro  $k = 3$ .
  - Hamiltonovská cesta: existuje cesta obsahující všechny vrcholy?
  - Hamiltonovská kružnice: existuje kružnice obsahující všechny vrcholy?
  - Součet podmnožiny: má daná množina přirozených čísel podmnožinu s daným součtem?
  - Batoh: jsou dány předměty s váhami a cenami a kapacita batohu, chceme najít co nejdražší podmnožinu předmětů, jejíž váha nepřesáhne kapacitu batohu. Aby se jednalo o rozhodovací problém, ptáme se, zda existuje podmnožina s cenou větší nebo rovnou zadanému číslu.
  - Dva loupežníci: lze rozdělit danou množinu čísel na dvě podmnožiny se stejným součtem?
  - $Ax = 1$  (soustava nula-jedničkových lineárních rovnic): je dána matice  $A \in \{0, 1\}^{m \times n}$ . Existuje vektor  $x \in \{0, 1\}^n$  takový, že  $Ax$  je rovno vektoru samých jedniček?
3. Ukažte pro libovolný problém z předchozího cvičení, že pokud bychom ho dokázali v polynomiálním čase vyřešit, uměli bychom polynomiálně řešit i "zjišťovací" verzi (najít konkrétní párování, splňující ohodnocení, kliku apod.).
4. Ukažte, že barvení grafu jednou nebo dvěma barvami leží v P.
5. Ukažte, že 2-SAT leží v P.