ADS 2 příklady na cvičení

21. 10. 2020

1. Mějme šachovnici $r \times s$, z níž políčkožrout sežral některá políčka. Chceme na ni rozestavět co nejvíce šachových věží tak, aby se navzájem neohrožovaly. Věž můžeme postavit na libovolné nesežrané políčko a ohrožuje všechny věže v témže řádku i sloupci. Navrhněte efektivní algoritmus, který takové rozestavění najde.

2. Situace stejná jako v minulém cvičení, ale dvě věže se neohrožují přes sežraná políčka.

3. Opět šachovnice po zásahu políčkožrouta. Chceme na nesežraná políčka rozmístit kostky velikosti 1×2 políčka tak, aby každé nesežrané políčko bylo pokryto právě jednou kostkou. Kostky je povoleno otáčet.

4. Dokažte, že pro jednotkové kapacity Dinicův algoritmus doběhne v čase $O(nm)$.

5. Sestrojte vrstevnatou síť, v níž hledání blokujícího toku trvá $\Omega(nm)$.

6. Sestrojte síť, na níž Dinicův algoritmus provede $\Omega(n)$ fází.

7. Svišti: Na louce je n svišťů a m děr v zemi (obojí je zadáno jako body v rovině nebo raději body v nepříliš velké celočíselné mřížce). Když se objeví orel, zvládne svišť uběhnout pouze d metrů, než bude uloven. Kolik maximálně svišťů se může zachránit útěkem do díry, když jedna díra pojme nejvýše jednoho sviště? A co když pojme k svišťů?

8. Průchod šachovnicí: Je dána šachovnice $n \times n$, kde některá políčka jsou nepřístupná. Celý dolní řádek je obsazen figurkami, které se mohou hýbat o jedno pole dopředu, šikmo vlevo dopředu, či šikmo vpravo dopředu. V jednom tahu se všechny figurky naráz pohnou (mohou i zůstat stát na místě), na jednom políčku se však musí vyskytovat nejvýše jedna figurka. Ocitne-li se figurka na některém políčku horního řádku šachovnice, zmizí. Navrhněte algoritmus, který najde minimální počet tahů takový, že z šachovnice dokážeme odstranit všechny figurky, případně oznámí, že řešení neexistuje.

9. Dopravní problém: Uvažujme továrny $T_1, \ldots, T_p$ a obchody $O_1, \ldots, O_q$. Všichni vyrábějí a prodávají tentýž druh zboží. Továrna T_i ho denně vyprodukuje t_i kusů, obchod O_j denně spotřebuje o_j kusů. Navíc známe bipartitní graf určující, která továrna může dodávat zboží kterému obchodu. Najděte efektivní algoritmus, který zjistí, zda je požadavky obchodů možné splnit, aniž by se překročily výrobní kapacity továren, a pokud je to možné, vypíše, ze které továrny se má přepravit kolik zboží do kterého obchodu.

10. Odkrokujte Dinitzův algoritmus na síti: