

ADS 2 příklady na cvičení

6. 1. 2021

1. Mějme šachovnici $r \times s$, z níž políčkožrout sežral některá políčka. Chceme na nesežraná políčka rozmístit kostky velikosti 1×2 políčka tak, aby každé nesežrané políčko bylo pokryto právě jednou kostkou. Kostky je povoleno otáčet.
2. Problém MaxCut: vrcholy zadaného grafu chceme rozdělit do dvou množin tak, aby mezi množinami vedlo co nejvíce hran. Jinými slovy chceme nalézt bipartitní podgraf s co nejvíce hranami. Rozhodovací verze tohoto problému je NP-úplná, optimalizační verzi zkuste v polynomiálním čase 2-aproximovat.
3. Hledejme vrcholové pokrytí následujícím hladovým algoritmem. V každém kroku vybereme vrchol nejvyššího stupně, přidáme ho do pokrytí a odstraníme ho z grafu i se všemi již pokrytými hranami. Je nalezené pokrytí nejmenší? Nebo alespoň $O(1)$ -aproximace nejmenšího?
4. Uvažujme následující algoritmus pro nejmenší vrcholové pokrytí grafu. Graf projdeme do hloubky, do výstupu vložíme všechny vrcholy vzniklého DFS stromu kromě listů. Dokažte, že vznikne vrcholové pokrytí a že 2-aproximuje to nejmenší.
5. Pestrý budeme říkat takovému řetězci, jehož všechny rotace jsou navzájem různé. Kolik existuje pestrých řetězců v Σ^n pro konečnou abecedu Σ a prvočíslo n ?
6. Pěstovaný strom říkáme zakořeněnému stromu, jehož hrany k synům mají v každém vrcholu určené uspořádání zleva doprava. Strom se osekává tak, že si vybereme kořen podstromu, vše mimo podstrom odstraníme a pak ještě můžeme odseknout některé hrany zleva a zprava v kořeni (zbude tedy souvislý úsek hran z kořene podstromu dolů a podstromy, které pod nimi visí). Jak zjistit o dvou pěstovaných stromech, zda lze jeden získat osekáním druhého?
7. Svišti: Na louce je n svišťů a m děr v zemi (obojí je zadáno jako body v rovině nebo raději body v nepříliš velké celočíselné mřížce). Když se objeví orel, zvládne svišť uběhnout pouze d metrů, než bude uloven. Kolik maximálně svišťů se může zachránit útekem do díry, když jedna díra pojme nejvýše jednoho sviště? A co když pojme k svišťů?
8. Sestrojte hradlovou síť hloubky $O(\log n)$, která porovná dvě n -bitová čísla x a y a vydá jedničku, pokud $x < y$.