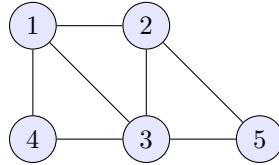


NAIL062 Logika: 2. cvičení

Příklad 1. Uvažme vrcholová pokrytí následujícího grafu:



- (a) Formalizujte ve výrokové logice problém, zda graf na obrázku má nejvýše k -prvkové vrcholové pokrytí, pro pevně zvolené k .

Příklad 2. Uvažme následující tvrzení:

- Ten, kdo je dobrý běžec a má dobrou kondici, uběhne maraton.
 - Ten, kdo nemá štěstí a nemá dobrou kondici, neuběhne maraton.
 - Ten, kdo uběhne maraton, je dobrý běžec.
 - Budu-li mít štěstí, uběhnu maraton.
 - Mám dobrou kondici.
- (a) Formalizujte tato tvrzení jako teorii T ve výrokové logice v jazyce $L = \langle b, k, m, s \rangle$, kde výrokové proměnné mají po řadě význam “být dobrý běžec”, “mít dobrou kondici”, “uběhnout maraton” a “mít štěstí”.
- (b) Najděte všechny modely teorie T .
- (c) Napište několik různých důsledků teorie T .
- (d) Najděte CNF teorii ekvivalentní teorii T .
- (e) Výrok je v *disjunktivní normální formě (DNF)*, je-li disjunkcí konjunkcí literálů. Najděte DNF teorii ekvivalentní teorii T .

Příklad 3. Sestrojte pravdivostní tabulky pro následující výrokové formule. Najděte jejich množiny modelů. Které z nich jsou tautologie?

- (a) $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg p \vee q$
- (b) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$
- (c) $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$
- (d) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

Příklad 4. Uveďte příklad výroku v jazyce $\mathbb{P} = \{p, q, r\}$, který

- (a) je pravdivý,
- (b) je sporný,
- (c) je nezávislý,
- (d) je ekvivalentní s, ale různý od, výroku $(p \wedge q) \rightarrow \neg r$,
- (e) má za modely právě $\{(1, 0, 0), (1, 0, 1), (0, 0, 1)\}$.

Příklad 5. Jsou následující množiny logických spojek univerzální? Zdůvodněte.

- (a) $\{\downarrow\}$ kde \downarrow je Peirce arrow (NOR),
- (b) $\{\uparrow\}$ kde \uparrow je Sheffer stroke (NAND),
- (c) $\{\vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$,
- (d) $\{\vee, \wedge, \rightarrow\}$.