

NAIL062 Logika: 3. cvičení

Příklad 1. Pomocí algoritmu DPLL rozhodněte, zda je následující CNF formule splnitelná.

(a)

$$(\neg p_1 \vee \neg p_2) \wedge (\neg p_1 \vee p_2) \wedge (p_1 \vee \neg p_2) \wedge (p_2 \vee \neg p_3) \wedge (p_1 \vee p_3)$$

(b)

$$\begin{aligned} &(\neg p_1 \vee p_3 \vee p_4) \wedge (\neg p_2 \vee p_6 \vee p_4) \wedge (\neg p_2 \vee \neg p_6 \vee \neg p_3) \wedge (\neg p_4 \vee \neg p_2) \wedge \\ &(p_2 \vee \neg p_3 \vee \neg p_1) \wedge (p_2 \vee p_6 \vee p_3) \wedge (p_2 \vee \neg p_6 \vee \neg p_4) \wedge (p_1 \vee p_5) \wedge \\ &(p_1 \vee p_6) \wedge (\neg p_6 \vee p_3 \vee \neg p_5) \wedge (p_1 \vee \neg p_3 \vee \neg p_5) \end{aligned}$$

Příklad 2. Pomocí tablo metody dokažte následující výroky:

(a) $(p \rightarrow (q \rightarrow q))$

(b) $p \leftrightarrow \neg \neg p$

(c) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

(d) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

Příklad 3. Pomocí tablo metody dokažte nebo najděte protipříklad ve formě *kanonického* modelu pro bezspornou větev.

(a) $\{\neg q, p \vee q\} \models p$

(b) $\{q \rightarrow p, r \rightarrow q, (r \rightarrow p) \rightarrow s\} \models s$

(c) $\{p \rightarrow r, p \vee q, \neg s \rightarrow \neg q\} \models r \rightarrow s$

Příklad 4. Pomocí tablo metody určete všechny modely následujících teorií:

(a) $\{(\neg p \vee q) \rightarrow (\neg q \wedge r)\}$

(b) $\{\neg q \rightarrow (\neg p \vee q), \neg p \rightarrow q, r \rightarrow q\}$

(c) $\{q \rightarrow p, r \rightarrow q, (r \rightarrow p) \rightarrow s\}$

Příklad 5. Aladin našel v jeskyni dvě truhly, A a B. Ví, že každá truhla obsahuje buď poklad, nebo smrtonosnou past.

- Na truhle A je nápis: “*Alespoň jedna z těchto dvou truhel obsahuje poklad.*”
- Na truhle B je nápis: “*V truhle A je smrtonosná past.*”

Aladin ví, že buď jsou oba nápisy pravdivé, nebo jsou oba lživé.

- Vyjádřete Aladinovy informace jako teorii T nad vhodně zvolenou množinou výrokových proměnných \mathbb{P} . (Vysvětlete význam jednotlivých výrokových proměnných v \mathbb{P} .)
- Pomocí tablo metody najděte všechny modely teorie T .
- Může Aladin zvolit truhlu tak, aby si byl jistý, že bude obsahovat poklad? Pokud ano, kterou?

Příklad 6. V prezidentských volbách kandidují pan A a pan B.

- Pan A říká: “*Budu zvolen nebo pan B lže.*”
 - Pan B říká: “*Pan A nebude zvolen nebo lžu.*”
- (a) Formalizujte naše znalosti jako teorii T v jazyce $\mathbb{P} = \{a, b\}$, kde a resp. b znamená, že zvolen bude pan A resp. pan B.
- (b) Sestrojte dokončená tabla z teorie T s položkami Fa resp. Fb v kořeni. Jaký z těchto tabel můžeme učinit závěr?
- (c) Uveďte příklad výroku nad \mathbb{P} , který je v teorii T nezávislý, anebo zdůvodněte, proč takový výrok neexistuje.
- (d) Existuje teorie S nad $\{a, b\}$ taková, že T je konzervativní extenzí S ? Uveďte příklad, nebo zdůvodněte, proč ne.